تصحيح الامتحان الوطني دورة يونيو 2018 شعبة العلوم الاقتصادية

الجزء ① : خيارة عربية

التمرين الأول

1)
$$\begin{cases} U_1 = \frac{2}{3}U_0+5 = \frac{2}{3}(3)+5 = 7 \\ U_2 = \frac{2}{3}U_1+5 = \frac{2}{3}(7)+5 = \frac{29}{3} \end{cases}$$

2) أ- لنبين أن : $\forall n\in\mathbb{N} \quad U_n < 15$

⊙ التحقق: لدينا : $U_0 = 3 < 15$ عبارة صحيحة.

⊙ نفترض أن : $U_n < 15$ ولنبين أن $U_{n+1} < 15$

⊙ الطريقة 1

لدينا :
$$\begin{cases} U_{n+1} = f(U_n) \\ f(x) = \frac{2}{3}x+5 \end{cases}$$
حيث

وبما أن $f'(x) = \frac{2}{3} > 0$ إذن f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ وبالتالي فإن:

$$U_n < 15 \Rightarrow f(U_n) < f(15)$$

(نفس الترتيب)

$$\Rightarrow U_{n+1} < \frac{2}{3}\times 15+5 = 15$$

$$\Rightarrow U_{n+1} < 15$$

خلاصة : $\forall n\in\mathbb{N} \quad U_n < 15$

⊙ الطريقة 2

لدينا : $U_n < 15$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}U_n < \frac{2}{3}\times 15 = 10$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}U_n+5 < 5$$

$$\Rightarrow U_{n+1} < 5$$

ب- لنبين أن : $U_{n+1}-U_n = -\frac{1}{3}U_n+5$

لدينا :

$$U_{n+1}-U_n = \frac{2}{3}U_n - U_n + 5$$
$$= \frac{2U_n-3U_n}{3}+5$$
$$= -\frac{U_n}{3}+5$$

ج- لدينا :
$$-\frac{U_n}{3}+5 = \frac{-U_n+15}{3}$$
$$= \frac{15-U_n}{3} > 0$$

لأن :

$\forall n\in\mathbb{N} \quad U_n < 15$

$\Rightarrow \forall n\in\mathbb{N} \quad 15-U_n > 0$

$\Rightarrow -\frac{U_n}{3}+5 > 0 \quad \forall n\in\mathbb{N}$

--> لدينا : $U_{n+1}-U_n = -\frac{U_n}{3}+5$

و $\forall n\in\mathbb{N} \quad -\frac{U_n}{3}+5 > 0$

إذن $\forall n\in\mathbb{N} \quad U_{n+1}-U_n > 0$

ومنه فإن (U_n) تزايدية

⊙ استنتاج (U_n) مكبورة ب $M=15$ وتزايدية إذن (U_n) متقاربة

3) أ-

$$V_{n+1} = U_{n+1}-15$$
$$= \frac{2}{3}U_n+5-15$$
$$= \frac{2}{3}U_n-10$$
$$= \frac{2}{3}(U_n-15)$$
$$= \frac{2}{3}V_n$$

وهذا يبين أن (V_n) هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$

ب-
$$V_0 = U_0-15$$
$$= 3-15$$
$$= -12$$

بما أن (V_n) هندسية فإن حدها العام يكتب على شكل :

$$\forall n\in\mathbb{N} \quad V_n = V_0\times q^n = -12\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

4) أ- حساب U_n بدلالة n

لدينا : $V_n = U_n-15$

$$\Leftrightarrow 15+V_n = U_n$$

إذن: $\forall n\in\mathbb{N} \quad U_n = 15 - 12\times\left(\frac{2}{3}\right)^n$

ب- حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

بما أن $-1 < \frac{2}{3} < 1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

وبالتالي: $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 15}$

التمرين الثاني

$3R \quad 5B \longrightarrow \boxed{3}$

ثانيا

معرفة: السحب التآني إذن نستعمل التوافيقات (C_n^p) (أي الترتيب غير مهم)

(1

$$P(A) = \frac{Card A}{Card \Omega} = \frac{Card\{B,B,B\}}{C_8^3} = \frac{C_3^3}{C_8^3} = \frac{1}{56}$$

ب- حساب $P(B)$ و $P(C)$

$$P(B) = \frac{Card\{R,B,V\}}{C_8^3} = \frac{C_3^1\times C_3^1\times C_2^1}{C_8^3} = \frac{18}{56} = \frac{9}{28}$$

$$P(C) = \frac{Card\{\bar{B},\bar{B},\bar{B}\}}{C_8^3} = \frac{C_5^3}{C_8^3} = \frac{5}{28}$$

(2 لنحدد قيم المتغير العشوائي X

مختلف نتائج التجربة العشوائية	قيم X المناسبة لها
$\{\bar{B},\bar{B},\bar{B}\}$	0
$\{B,\bar{B},\bar{B}\}$	1
$\{B,B,\bar{B}\}$	2
$\{B,B,B\}$	3

إذن قيم X هي: $0,1,2,3$

لنحدد قانون احتمال X:

لدينا:

$P(X=0) = P(C) = \frac{5}{28}$

$P(X=1) = \frac{C_3^1\times C_5^2}{56} = \frac{15}{28}$

$P(X=2) = \frac{C_3^2\times C_5^1}{56} = \frac{15}{56}$

$P(X=3) = P(A) = \frac{1}{56}$

التحقق من صحة قانون احتمال X

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3) = \frac{56}{56} = 1$$

وهذا يبين لنا صحة الجواب.

نلخص النتائج السابقة في الجدول التالي:

x_i	$x_1=0$	$1=x_2$	$2=x_3$	$3=x_4$
$P(X=x_i)=P_i$	$P_1=5/28$	$P_2=\frac{15}{28}$	$P_3=\frac{15}{56}$	$P_4=1/56$

ب- حساب الأمل الرياضي $E(X)$

$$E(X) = x_1P_1 + x_2P_2 + x_3P_3 + x_4P_4 = \frac{15}{28} + \frac{15}{28} + \frac{3}{56} = \frac{63}{56}$$

لا تحرمونا من دعواتكم كما لا تنسوا الاشتراك في القناة وتفعيل الجرس لتكونوا أول من يستفيد بكل ما هو مفيد وجديد ولتكن في علمكم أن القناة ستشرع إن شاء الله في برنامج جديد: "الاستعداد الجيد للمباريات الوطنية" فكونوا في الموعد وسارعوا بالاشتراك في القناة