Ex 1 — New — Complèxe

I – Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

(E) $z^2 - 2z + 10 = 0$

II – le plan complexe est associé au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points $A; B; C$ et D d'affixes respectifs :

$a = 1+3i$; $b = 1-5i$; $c = -3-i$; $d = 5-i$

1) a) Ecrire $\left(\frac{b-a}{b-c}\right)$ et $\left(\frac{d-c}{d-a}\right)$ sous forme algébrique.

b) Ecrire $\left(\frac{b-a}{b-c}\right)$ et $\left(\frac{d-c}{d-a}\right)$ sous forme trigonométrique et exponentielle.

2) Montrer que : $AB = \sqrt{2}\,BC$ et $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right) \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

3) soit R la rotation de centre C qui transforme A en B.

a) Déterminer l'angle α de R

b) Donner l'écriture complexe de R

c) Déterminer $R(D)$ et $R(O)$

III – 1) Montrer que $A; B; C; D$ sont cocycliques.

2) Déterminer la solution générale de l'eq diff :

(F) $y'' - 2y' + 10y = 0$

Ex 2

I – On pose : $g(x) = x - 1 + e^{x}$

1) Calculer $g(0)$ et donner le T.V de g.

2) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

II – On pose : $f(x) = x - \frac{x}{e^{x}}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

1) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) a) Vérifier que : $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x}}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

b) Donner le T.V de f et Mq $f(x) \geq 0$ $\forall x$

3) Etudier les branches infinies de (C_f).

4) a) Etudier les positions relatives de (C_f) et $(\Delta) : y = x$ sur $\mathbb{R}$.

b) Donner l'eq de tangente à (C_f) en O (point)

5) Construire (C_f).

6) soit (Δ') le domaine délimité par (C_f) et les droites d'équations Cartésiennes : $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$

Calculer en cm^2 la surface du domaine (Δ').

(unité de mesure : 1 cm)

Bonne chance