

الموضوع باللغة العربية

التمرين الأول : (3 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ و المستوى (P) الذي معادلته $y - z = 0$

1- أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1, 1, 1)$ و شعاعها هو 2

ب- احسب $d(\Omega, (P))$ و استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C)

ج- حدد مركز و شعاع الدائرة (C)

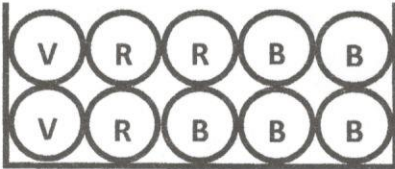
2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة $A(1, -2, 2)$ و العمودي على المستوى (P)

أ- بين أن $\vec{u}(0, 1, -1)$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ)

ب- بين أن $\|\overline{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$ و استنتج أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في نقطتين .

ج- حدد مثلث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S)

التمرين الثاني : (3 نقط)



يحتوي صندوق على 10 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس :

خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (انظر الشكل جانبه).

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط "

و الحدث B : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "

$$\text{بين أن } p(A) = \frac{8}{15} \text{ و أن } p(B) = \frac{19}{70}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

$$\text{أ- بين أن } p(X=2) = \frac{2}{15}$$

ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و بين أن الأمل الرياضي $E(X)$ يساوي $\frac{4}{5}$

التمرين الثالث : (3 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة $z^2 + 4z + 8 = 0$

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C اللتي أحاقها

$$\text{على التوالي هي } a \text{ و } b \text{ و } c \text{ بحيث } a = -2 + 2i \text{ و } b = 4 - 4i \text{ و } c = 4 + 8i$$

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

$$\text{بين أن } z' = -iz - 4$$

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R و استنتج طبيعة المثلث ABC

3) ليكن ω لحق النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$

$$\text{أ- بين أن } |c - \omega| = 6$$

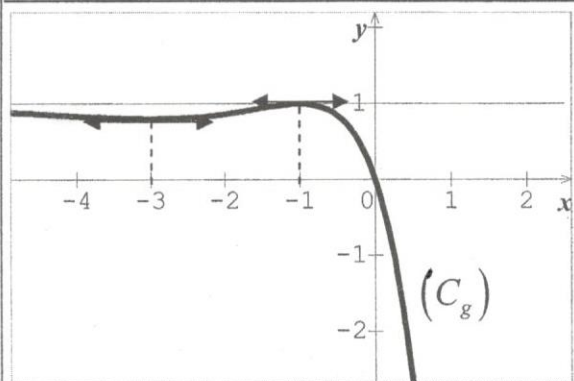
ب- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z - \omega| = 6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

التمرين الرابع : (2.5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 17$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$ لكل n من \mathbb{N}

- 1- أ- بين بالترجع أن $u_n > 16$ لكل n من \mathbb{N} 0.5
 ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية و استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.5
- 2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 16$ لكل n من \mathbb{N}
 أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية. 0.5
 ب- استنتج أن $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} ثم حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.5
 ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n < 16,0001$ 0.5

المسألة : (8.5 نقط)



1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

1) تحقق من أن $g(0) = 0$ 0.25

2) انطلاقا من التمثيل المبياني (C_g) للدالة g (انظر الشكل جانبه) 1

بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]-\infty, 0]$

وأن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = x+1 - (x^2+1)e^x$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 2 cm)

1) أ- تحقق من أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ثم استنتج أن لكل x من \mathbb{R} $f(x) = x+1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$ 0.75

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ 0.5

ج- بين أن المنحنى (C_f) يوجد تحت المستقيم (D) 0.25

2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $\left(x \left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x\right]\right)$) 0.5

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجما يتم تحديده اتجاهه . 0.25

3) أ- بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من \mathbb{R} 0.75

ب- بين أن الدالة f تزايدية على $]-\infty, 0]$ و تناقصية على $[0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} 0.75

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف أفصولا هما -3 و -1 0.75

4) أنشئ ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المستقيم (D) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(-3) \approx -2,5$ و $f(-1) \approx -0,75$) 1

5) أ- تحقق من أن $H : x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto xe^x$ على \mathbb{R} ثم بين أن $\int_{-1}^0 xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$ 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_{-1}^0 (x^2+1)e^x dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$ 0.75

ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأرتيب و المستقيم الذي معادلته $x = -1$ 0.5