

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS 22



3	مدة الإجازة	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
  - يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
  - ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
  - بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الأول
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	مسألة

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.



التمرين الأول: (3 ن)

- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$
- 1) أ- بين بالترجع أن  $u_n > 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5  
 ب- تحقق من أن  $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية. 0.5  
 ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة. 0.25
- 2) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث  $v_n = u_n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$
- أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{16}$  و اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  1  
 ب- بين أن  $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75

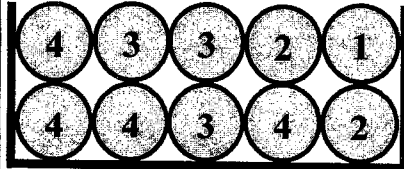
التمرين الثاني: (3 ن)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين  $A(1, 3, 4)$  و  $B(0, 1, 2)$
- 1) أ- بين أن  $\overline{OA} \wedge \overline{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  0.5  
 ب- بين أن  $2x - 2y + z = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$ . 0.5
- 2) لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$  بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(3, -3, 3)$  و شعاعها 5 0.5
- 3) أ- بين أن المستوى  $(OAB)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75  
 ب- حدد مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تماس المستوى  $(OAB)$  و الفلكة  $(S)$  0.75

التمرين الثالث: (3 ن)

- 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 8z + 41 = 0$  0.75
- 2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $\Omega$  التي أحاقها على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $\omega$  بحيث  $a = 4 + 5i$  و  $b = 3 + 4i$  و  $c = 6 + 7i$  و  $\omega = 4 + 7i$
- أ- احسب  $\frac{c-b}{a-b}$  و استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمية. 0.75
- ب- ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $\Omega$  و زاويته  $-\frac{\pi}{2}$  0.75
- بين أن  $z' = -iz - 3 + 11i$
- ج- حدد صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد  $\frac{a-\omega}{c-\omega}$  0.75

يحتوي صندوق على 10 كرات تحمل الأعداد : 1 و 2 و 3 و 3 و 3 و 4 و 4 و 4 و 4 ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) .



نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق.  
 (1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان عددين زوجيين " .

بين أن :  $p(A) = \frac{1}{3}$

(2) نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات بحيث نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الصندوق بعد كل تجربة .  
 ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

بين أن  $p(X=1) = \frac{4}{9}$  ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2 \ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	0
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

الجدول جانبه هو جدول تغيرات الدالة g على  $]0, +\infty[$

(1) احسب  $g(1)$

(2) استنتج انطلاقا من الجدول أن:  $g(x) > 0$  لكل x من  $]0, +\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1) \ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 2 cm )

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  و أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة .

(2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  (لحساب النهاية يمكنك كتابة  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = x \left[ \frac{3}{x} - 3 + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x \right]$ )

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب بجوار  $+\infty$

(3) أ- بين أن  $f'(x) = g(x)$  لكل x من  $]0, +\infty[$

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على  $]0, +\infty[$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على  $]0, +\infty[$

(4) أ- بين أن I(1, 0) نقطة انعطاف للمنحنى (C)

ب- بين أن  $y = x - 1$  هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة I

ج- أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المستقيم (T) و المنحنى (C)

(5) أ- بين أن  $\int_1^2 \left( 1 + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{7}{4}$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_1^2 (x+1) \ln x dx = 4 \ln 2 - \frac{7}{4}$

ج- احسب ، ب  $cm^2$  ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين

الذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=2$

(6) حل مبيانيا المتراجحة :  $(x+1) \ln x \geq \frac{3}{2}(x-1)$  ;  $x \in ]0, +\infty[$

