



التمرين الأول (3 ن) :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته $x + y + z + 4 = 0$

و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1, -1, -1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$

1- أ) احسب المسافة $d(\Omega, (P))$ و استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) 0.75

ب) تحقق من أن النقطة $H(0, -2, -2)$ هي نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S) 0.5

2- نعتبر النقطتين $A(2, 1, 1)$ و $B(1, 0, 1)$

أ) تحقق من أن $\overline{OA} \wedge \overline{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) 0.75

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB) 0.5

ج) حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني (3 ن) :

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة $z^2 + 10z + 26 = 0$ 0.75

2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و Ω التي أحاقها

على التوالي هي a و b و c و ω بحيث $a = -2 + 2i$ و $b = -5 + i$ و $c = -5 - i$ و $\omega = -3$

أ) بين أن $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$ 0.5

ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB 0.5

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} التي لحقها $6 + 4i$

أ) بين أن اللق d للنقطة D هو $1 + 3i$ 0.5

ب) بين أن $\frac{b - d}{a - d} = 2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$ 0.75

التمرين الثالث (3 ن) :

يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحدث A التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " 1.5

و الحدث B التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " .

بين أن $p(A) = \frac{13}{28}$ و $p(B) = \frac{1}{4}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ) بين أن $p(X = 2) = \frac{1}{28}$ 0.5

ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$ 1

المسألة (11 ن):

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = e^x - 2x$

(1) احسب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن g تناقصية على $]-\infty, \ln 2]$ و تزايدية على $[\ln 2, +\infty[$ 0.75

(2) تحقق من أن $g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)$ ثم حدد إشارة $g(\ln 2)$ 0.5

(3) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R} 0.5

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)

(1) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ (لاحظ أن $e^x - 2x = x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)$ لكل x من \mathbb{R}^*) 1

ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين . 0.5

(2) أ) بين أن $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - 2x)^2}$ لكل x من \mathbb{R} 0.75

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ثم أعط جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} 0.75

ج) بين أن $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم . 0.25

(3) أنشئ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المستقيم (T) والمنحنى (C) (نأخذ $\frac{1}{e-2} \approx 1,4$) و نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي 1

انعطاف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال $]0, 1[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\frac{3}{2}$)

(4) أ- بين أن $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$ لكل x من المجال $[0, +\infty[$ 0.75

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$ 0.75

ج- لتكن ، ب cm^2 ، $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين 0.5

اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=0$

بين أن $1 - \frac{2}{e} \leq A(E) \leq \frac{1}{e-2}$

III- لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty, 0]$ بما يلي : $h(x) = f(x)$

(1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده . 0.5

(2) أنشئ ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المنحنى (C_{n-1}) الممثل للدالة h^{-1} 0.5

IV- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = h(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين بالترجع أن $u_n \leq 0$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h(x) \geq x$ لكل x من المجال $]-\infty, 0]$) 0.75

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . 0.75