



3	مدة الإجابة	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعبة أو المسلك

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$

(1) بين أن $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) 0.75

(2) أ- بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.75

ب- احسب المسافة $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A 0.75

(3) ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على (ABC)

أ- بين أن $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) 0.25

ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني (3 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8z + 25 = 0$ 0.75

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي

أحافها على التوالي هي : $a = 4 + 3i$ و $b = 4 - 3i$ و $c = 10 + 3i$ والإزاحة T التي متجهتها \overline{BC} 0.75

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T هو $d = 10 + 9i$

ب- تحقق من أن $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\frac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلي. 1

ج- بين أن $(\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$ 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$ لكل n من \mathbb{N}

(1) تحقق من أن $u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(u_n - 1)$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

(2) أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25

(3) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n 0.5

ب- بين أن $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ لكل n من \mathbb{N} ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75

التمرين الرابع (3 ن)

يحتوي كيس على 9 بیدقات : أربع بیدقات بيضاء و ثلاث بیدقات سوداء و بیدقتان خضراوان .
(لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس)

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .

(1) نعتبر الحدثين A : " الحصول على ثلاث بیدقات من نفس اللون " و B : " الحصول على ثلاث بیدقات مختلفة اللون من نفس اللون " .

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{5}{84} \text{ و } P(B) = \frac{2}{7}$$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البیدقات السوداء المسحوبة .

أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

$$\text{ب- بين أن } P(X=1) = \frac{15}{28} \text{ و } P(X=2) = \frac{3}{14}$$

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الخامس (8 ن)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - x - \ln x$

(1) أ- تحقق من أن $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ لكل x من \mathbb{R} .

ب- بين أن $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ واستنتج أن الدالة g تناقصية على $]0, 1[$ و تزايدية على $]1, +\infty[$.

(2) بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) .

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm) .

(1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا هذه النتيجة .

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (لاحظ أن $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x} \right)^2 \right)$)

ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجما بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

(2) أ- بين أن $f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - \ln x}{x} \right)$ لكل x من $]0, +\infty[$.

ب- تحقق من أن $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln x}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$.

(3) أ- بين أن $y = 2x - 2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1, 0)$.

ب- أنشئ في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم (T) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة هي A)

(4) أ- تحقق من أن $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم بين أن $\int_1^e \ln x dx = 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$

$$\text{و } x = e \text{ هي } \frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2$$