

| | | | |
|---|-------------|---|-------------------|
| 3 | مدة الإجابة | الرياضيات | المادة |
| 7 | المعامل | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها | الشعبية أو المسلك |

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ و الفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها 3

1- أ- بين أن $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ و تحقق من أن $x + y - z = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB)

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (OAB)) = \sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$

2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (OAB)

$$\text{أ- بين أن : } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ)

ب- حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ)

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = -7 + 2i$ و $b = -4 + 8i$ و $c = -2 + 5i$

1) أ- تحقق من أن $(1+i)(-3+6i) = -9+3i$ و بين أن $\frac{c-a}{b-a} = 1+i$

ب- استنتج أن $AC = AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة (\vec{AB}, \vec{AC})

2) ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d = 10 + 11i$

ب- احسب $\frac{d-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط B و C و D مستقيمية .

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء وثلاث كرات خضراء وكرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : A : " الحصول على كرتين حمراوين و كرتين خضراوين " B : " لا توجد أية كرة بيضاء من بين الكرات الأربع المسحوبة "

بين أن $P(A) = \frac{1}{7}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ- تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2

ب- بين أن $P(X=1) = \frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_1 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{25}{10 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

1 تحقق من أن $5 - u_{n+1} = \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$ لكل n من \mathbb{N}^* و بين بالترجع أن $5 - u_n > 0$ لكل n من \mathbb{N}^* 1

2 نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{5}{5 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^*

أ- بين أن $v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N}^* ثم تحقق من أن $v_{n+1} - v_n = 1$ لكل n من \mathbb{N}^* 0.75

ب- بين أن $v_n = n$ لكل n من \mathbb{N}^* و استنتج أن $u_n = 5 - \frac{5}{n}$ لكل n من \mathbb{N}^* 1

ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.25

التمرين الخامس (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = (x-2)^2 e^x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1 cm)

1 أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.25

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجيميا يتم تحديد اتجاهه. 0.5

2 أ- تحقق من أن $f(x) = x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$ لكل x من \mathbb{R} 0.25

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و أول هذه النتيجة هندسيا (نذكر أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ لكل n من \mathbb{N}^*) 0.5

3 أ- بين أن $f'(x) = x(x-2)e^x$ لكل x من \mathbb{R} 0.75

ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty, 0]$ و $[2, +\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0, 2]$ 1

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} 0.5

4 أ- بين أن $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما 1

غير مطلوب.

ب- أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 1

5 أ- بين أن $H: x \mapsto (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto x e^x$ على \mathbb{R} ثم احسب $\int_0^1 x e^x dx$ 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن: $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$ 0.75

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي $5(e-2) \text{ cm}^2$

6 استعمل المنحنى (C) لإعطاء عدد حلول المعادلة: $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$, $x \in \mathbb{R}$ 0.5