❀ **معبر جدا** معظم التلاميذ يتسرعون

في تطبيق الطريقة: حساب $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = a$

و $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-ax)$

إلا أن هناك طريقة أحسن وأسرع:

يكفي أن نبين أن:

$$\lim_{x\to+\infty}\big(f(x)-(2x-1)\big)=0$$

لدينا: $f(x)=2x-1+\frac{x+1}{e^x}$

$\Rightarrow f(x)-(2x-1)=\frac{x+1}{e^x}$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\big(f(x)-(2x-1)\big)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{e^x}$

$=\lim_{+\infty}\frac{x}{e^x}(1+1/x)$

$=0$

لأن: $\lim_{+\infty}\frac{x}{e^x}=0$

إذن: $(D): y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

2) وضعية (C_f) و (D) على $\mathbb{R}$

الطريقة: إشارة الفرق: $f(x)-(2x-1)$

أي إشارة $\frac{x+1}{e^x}$ وبما أن $\forall x\in\mathbb{R}\ e^x>0$

فإن:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$\frac{x+1}{e^x}$	$-$	0	$+$
وضعية (C_f) و (D)	(C_f) تحت (D)		(C_f) فوق (D)

❀ **تقنيات ومهارات إشارة عدد $g(x)$** ❀

⊙ **مثال ①** نضع: $g(x)=1-2x+e^x$

1) حدد جدول تغيرات g

2) استنتج إشارة العدد $g(x)$ على $\mathbb{R}$

⊙ **الحل**

لدينا: $\lim_{-\infty} g(x)=\lim_{-\infty}(1-2x)+\lim_{-\infty}e^x$

$=+\infty+0=+\infty$

$\lim_{+\infty} g(x)=\lim x\left(\frac{1-2x}{x}+\frac{e^x}{x}\right)$ حيث $x\to+\infty$ ، $\frac{1-2x}{x}\to-2$ ، $\frac{e^x}{x}\to+\infty$

$=+\infty$

لدينا: $g'(x)=-2+e^x$

إذا جدول تغيرات g هو:

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$3-2\ln 2$	↗ $+\infty$

⊙ **إشارة $g(x)$**

لـ g قيمة دنيا هي $3-2\ln 2>0$

$\Rightarrow \forall x\in\mathbb{R}\quad g(x)\geq 3-2\ln 2>0$

$\Rightarrow \forall x\in\mathbb{R}\quad g(x)>0$

❀ **مثال 2** نضع: $g(x)=x-3+e^{x-2}$

حدد جدول تغيرات g واستنتج إشارة العدد $g(x)$ (أحسب $g(2)$)

⊙ **الحل**

$\lim_{+\infty} g(x)=\lim_{+\infty}(x-3)+\lim_{+\infty}e^{x-2}$

$=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{-\infty} x\left(\frac{x-3}{x}+\frac{e^{x-2}}{x}\right)=-\infty$ حيث $\frac{x-3}{x}\to 1$ ، $\frac{e^{x-2}}{x}\to 0$

(لأن $\lim_{-\infty}\frac{e^{x-2}}{x}=\lim_{-\infty}e^{x-2}\times\lim_{-\infty}\frac{1}{x}=0\times 0$)

$g'(x)=1+\underbrace{e^{x-2}}_{>0}>0$

$\Rightarrow$ g ↗ قطعا على $\mathbb{R}$

⊙ **إشارة $g(x)$** (لدينا: $g(2)=0$)

طريقة 1 (نعتمد على جدول تغيرات g)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$		$+$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	0	↗ $+\infty$