

⑧ مثال * $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - 2x + 1)$ احسب

الحل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{1-2x}{x} + \frac{\ln x}{x} \right)$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-2x}{x} \right) + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} \right]$

$= (+\infty) \left(\lim_{+\infty} \frac{-2x}{x} + 0 \right)$

$= (+\infty)(-2)$

⑨ مثال * $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ احسب

الحل $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$

(بموضع: $x = x+1$)

$= 1$

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\ln x}{x-1} \right) = 1$: ن

⑩ مثال * $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x} \right)$ احسب

الحل $f(x) = \frac{(\sqrt[3]{x+1})^3 - 1}{x(\sqrt[3]{x+1}^2 + \sqrt[3]{x+1} + 1)}$

$= \frac{x+1-1}{x(\sqrt[3]{x+1}^2 + \sqrt[3]{x+1} + 1)}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{3}$

⑪ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x+1} + 1}$

القواعد الفروعية $\frac{0}{\infty}$ ومساواة $\frac{\infty}{\infty}$ والوضع النسبي

مثال * 1

ضع: $f(x) = 2x - 1 + \frac{x+1}{e^x}$

① بين أن f مقاربة لـ (D) بجوار $+\infty$

② حدد وضعية (C_f) و (D) لـ \mathbb{R}

مثال * ⑥ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2+x}$ احسب

الحل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x(x+1)}$ لنينا:

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} \right) \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x+1} \right)$

$= 0 \times 0 = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x^n} \right) = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

مثال * ⑦ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2-x)$ احسب

الحل $f(x) = \frac{\ln(x^2-x)}{x} = \frac{\ln x(x-1)}{x}$ لنينا:

$= \frac{\ln|x| + \ln|x-1|}{x}$

($\forall a, b \in \mathbb{R} \quad \ln(ab) = \ln|a| + \ln|b|$: ن)

($ba > 0$)

$= \frac{\ln|x|}{x} + \frac{\ln|x-1|}{x}$

⑧ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x} \right) + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln|x-1|}{x}$: ن

($x \rightarrow +\infty \Rightarrow x > 0, x-1 > 0$: ن)

$= 0 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x-1)}{x} \times \left(\frac{x-1}{x} \right)$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} \times \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x}$

$= 0 \times 1 = 0$

⑨ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln|1-x|}{x}$

$= -\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{(-x)} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln|1-x|}{(1-x)} \times \frac{(1-x)}{x}$

($x \rightarrow -\infty \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x| = -x \\ |x-1| = 1-x \end{cases}$)

$= -\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} \times \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-x)}{x}$

$= 0 + (0 \times (-1)) = 0$