

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{2x+1} - e}{2x+1 - 1} \right)^x \cdot \frac{2x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e^x - e^1}{x - 1} \right)^x \cdot 2$$

$$= g'(1) \times 2 \quad (g(x) = e^x \text{ حيث})$$

$$= 2e \quad (g'(x) = e^x \text{ لأن})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2x + 1)e^x \text{ أحسب } \textcircled{3}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x + \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$$

$$= 0 + 0 + 0$$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

مثال 4 أحسب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x}{2x+1} \right)$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x}{x} \right)^x \cdot \left( \frac{x}{2x+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x}{x} \right)^x \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{2x+1} \right)$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$  لأن

مثال 5 أحسب

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - x) \ln x$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x - \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} x \times \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x - \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$$

$$= (0 \times 0) - 0 = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$  لأن

أهمية محور التماثل أو مركز التماثل  
لدراسة دالة عددية

- تذكير
- \*  $(\Delta: x=a)$  محور تماثل  $f$  إذا وفقط إذا كان لدينا:
- $\forall x \in D_f \quad (2a-x) \in D_f$
  - $\forall x \in D_f \quad f(2a-x) = f(x)$
- \*  $(\Delta: x=a)$  مركز تماثل  $f$  إذا وفقط إذا كان لدينا:
- $\forall x \in D_f \quad (2a-x) \in D_f$
  - $\forall x \in D_f \quad f(2a-x) = 2b - f(x)$

مفردا

إذا كان  $(\Delta: x=a)$  محور تماثل  $f$  فإننا نقتصر على المجال  $[a, +\infty[$  (تقاطع  $D_f$  بمجال الدراسة).

تقنيات ومعارف النهايات

مثال 1 أحسب

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e^{x-1} - 1}{x^2 - 1} \right)$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e^{x-1} - 1}{x-1} \right) \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x - 1}{x} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= 1 \times \frac{1}{2}$$

لأن  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

مثال 2 أحسب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{2x+1} - e}{x} \right)$$